JAB NOTE 10
試験における測定の不確かさ評価
実践ガイドライン

JAB RL510:2015

第 1 版：2015 年 9 月 1 日

公益財団法人 日本適合性認定協会

目次

試験における測定の不確かさ評価
実践ガイドライン

序文

本文書は，試験における測定の不確かさについて，JAB RL340「試験における測定の不確かさの評価及び表明に関する指針」に基づいて測定の不確かさの評価が必要であると分類された試験について，合理的な不確かさの評価を行うための実践ガイドラインである。

本文書においては「測定の不確かさ」という用語を，便宜上「測定の」という用語を省略して「不確かさ」と表現している部分もあるが，常に「測定の不確かさ」のことを指している。

備考　文中で、斜体(イタリック)で記載されている文は、他文書から引用したものである。

1.　適用範囲

本文書は，序文で述べたように JAB RL340 において測定の不確かさ評価手順をもつことが必要であると分類された試験に適用されるため, 多くのタイプの試験を実施する試験所, 研究機関, 製造機関，工事実施機関などが，測定の不確かさの評価・表明に利用できる。

また，本文書は校正にも適用できる要素を多く含んでいるため、校正機関や標準物質生産者がその測定の不確かさを評価・表明する際にも利用できる。

2.　用語

本文書で使用する用語は，ISO/IEC 17000（JIS Q 17000)，ISO/IEC 17025 （JIS Q 17025)，ISO/IEC 17043（JIS Q 17043)，国際計量計測用語ー基本及び一般概念並びに関連用語(VIM: ISO/IEC Guide 99: 2007)及び JAB RL340 による。

3.　特徴・目的

測定の不確かさを評価・表明するための一般的な方法及び手順は，計量におけるガイドのための合同委員会（JCGM）及び国際標準化機構（ISO）から発行されている”Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement （GUM：ISO/IEC Guide 98-3，日本語版：TS Z 0033:2012 測定における不確かさの表現のガイド）”に記載されている。しかし，この文書は難解であることから，初めて測定の不確かさを評価・表明しようとする試験所などにとって，GUM を参照するだけでは理解が難しい部分が存在する。また，試験における不確かさ評価では，顧客から提供される試験対象品が 1 つだけの場合や特に破壊試験の場合には繰返し測定を行えない，試験分野ごとに求める特性や方法に違いがあるなど，試験特有の事情がいくつか存在する。そのため，化学分析試験分野などでは，分野独自の実情を踏まえた国際的なガイド文書が発行されている。

本文書は，このような試験特有の事情をできるだけ配慮し作成されたものであり，多くのタイプの試験に適用できるよう，測定の不確かさの評価ステップごとに事例を交えて分かりやすいガイドラインを与えており，次のようなことを目的としている。すなわち，本文書を利用する試験所などは，本文書と分野ごとのガイド文書とを併用することにより，不確かさ評価に関する知識をより深く得ることができ，顧客に誤った印象を与えることのない適切な不確かさの評価と表明が可能になる。一方, このように適切に評価された測定の不確かさを報告される顧客にとっては, 試験結果の信頼性を共通の尺度で評価でき，ひいては顧客の試験所に対する信頼感を深めることになる。

１．で述べたように，本文書は校正機関における校正の不確かさにも適用できる。校正の不確かさは，校正証明書に記載される測定の不確かさの他に，校正機関の校正・測定能力（CMC：Calibration and Measurement Capability）における測定の不確かさとして報告され，顧客・認定主体が判断基準として用いている。しかし，試験所に対しては CMC を表明することが要求されていなく，試験所の能力を評価するために試験における測定の不確かさを用いることは適切でない。現状では試験所の能力評価には技能試験を用いることが多い。

また，特定の試験では，すべての不確かさ要因を適切に評価できない場合があり，不確かさが一部の要因について評価されずに報告されることがある。従って，測定結果の不確かさを報告する場合には，JAB RL340 4.2 項に従い顧客に対して誤解を与えないようにしなければならない。

4.　不確かさの評価プロセス

GUM では，不確かさを図 1 のようなプロセスで評価することが規定されている。

以下に，それぞれのステップにおける手順や注意点などを記載する。

第 1 ステップ	評価の対象としている量の定義(測定のモデル化)
第 2 ステップ	不確かさ要因の抽出
第 3 ステップ	不確かさを評価する方針の決定
第 4 ステップ	個別の不確かさ要因の評価（標準不確かさ）
第 5 ステップ	標準不確かさの合成と拡張

図 1　不確かさ評価の手順

4.1 評価の対象としている量の定義（測定のモデル化）

不確かさ評価の第 1 ステップとしては，最終的に報告する量，つまり不確かさの評価の対象としている量を明確に定義しなければならない。試験において評価の対象としている量を明確にす

るには，その測定方法，測定手順，測定条件など多くの要素を定義することが必要であり，不確かさに影響を及ぼす要因をできるだけ盛り込んだ測定のモデル化を行うことが重要である。測定のモデル化を行うことは，不確かさ要因を知る上で重要な役割を果たす。不完全なモデル化は不完全な不確かさの評価に繋がる。

一般的な測定のモデルは次のような測定のモデル式で表すことができる。

【測定のモデル式】： $y = f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ (1)

ここに，y は不確かさ評価の対象としている量（出力量）の値，x_1，x_2，・・・・，x_n は評価の対象としている量の値を算出するために測定されるかまたは引用される量（入力量）の値である。

例えば，コンクリートの圧縮強度試験の場合，測定のモデル式は次のようになる。

$$f_{\mathrm{c}} = \frac{P}{\pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2} \tag{2}$$

ここに，f_c：圧縮強度(N/mm^2)，P：最大荷重(N)，d：供試体直径(mm)である。

また，不確かさ評価を行う上で非常に重要であるのは，出力量の値を得るために，どのような測定方法，手順，測定条件の下に測定を行うのかを決定することである。

例えば，5 回の繰返し測定の標本平均をある入力量の値とする，あるロットの標準物質において，同一ロット内のいくつかの瓶詰めされた標準物質の濃度を測定し，その結果を用いて同一ロット内の他の瓶の標準物質の濃度とする，測定対象を 1 回だけ測定してその結果がそのまま出力量の値となる，などが読み取れるようにする必要がある。このように，測定方法，手順，条件が明らかになっていない限り，不確かさ評価結果が正しいかどうかは判断できない。

4.2 不確かさ要因の抽出

不確かさ評価の第 2 ステップは, 4.1 で求めた測定のモデル式から不確かさ要因を洗い出すことである。測定のモデル式で表される出力量に影響を及ぼす因子は，入力量だけでなく，入力量，出力量の補正因子を含む。例えば, 測定環境温度によって入力量や出力量を補正するのであれば, 温度測定に起因する不確かさ要因となり，さらに温度測定に起因する不確かさは，温度測定器の校正の不確かさと温度測定の繰返し性などの要因に分解できる。

これまで解説したような不確かさ要因を抽出し整理する際には, 不確かさ要因を特性要因図（フィッシュボーンダイアグラムとも呼ばれる）にまとめることが有効である。一つの図にまとめられた不確かさ要因は，その重複の発見や要因間の大きさの比較を容易にする。

例えば，コンクリートの圧縮強度試験における特性要因図を図 2 に示す。

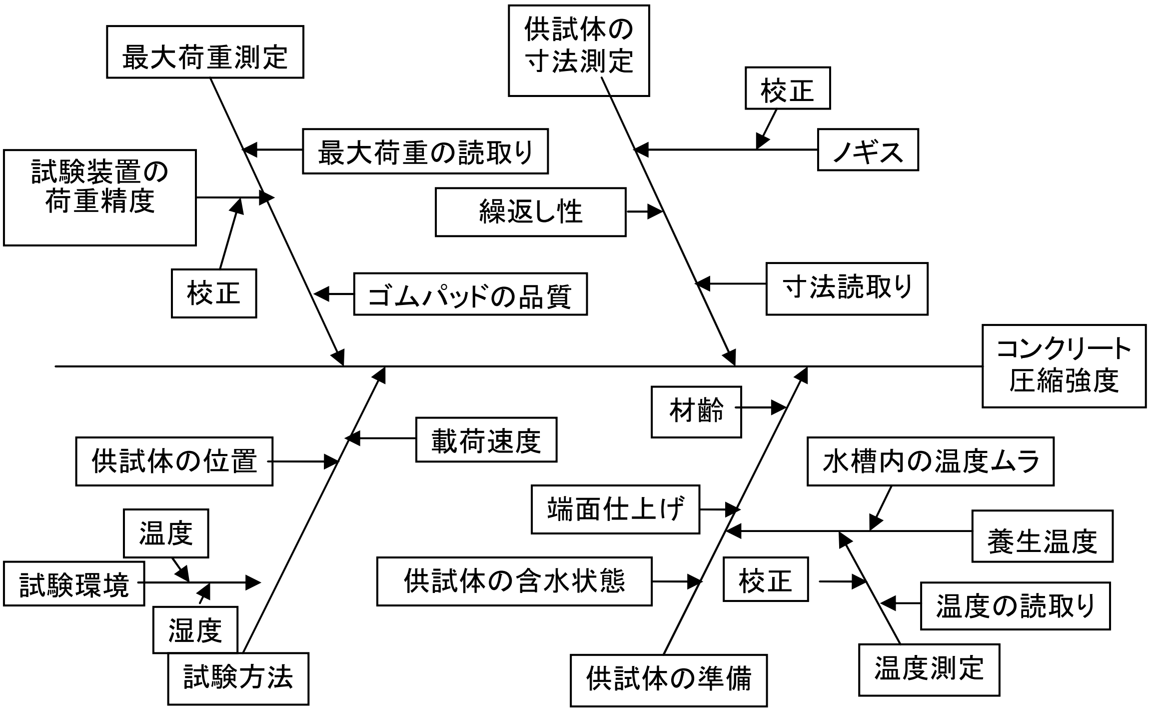


図 2　コンクリートの圧縮強度試験における特性要因図

この特性要因図によって明らかになることは，どの不確かさ要因がどの入力量の値に影響するのかということである。

次に，列挙した不確かさ要因に対応する文字を付ける。標準不確かさを表す文字は「u」を用いる。大文字は用いない。大文字の U は拡張不確かさを表す。そして，u の後の括弧内にその不確かさ要因が影響しているモデル式中の変数を入れる。ただし，ある変数に影響を与える不確かさ要因が複数ある場合は u に添え字を付けることにより，それを区別する。

【例1】：製品の質量測定

◆評価の対象としている量の定義

ある製品の質量をはかりを用いて10回繰返し測定を行い，その標本平均を評価の対象としている量の値とする。

◆測定のモデル式

$$m = x \tag{3}$$

ここで，m: 製品の質量(g)

x: 質量の測定結果の標本平均(g)

◆不確かさ要因

$u(x)$: 質量の測定結果の標準不確かさ

質量の測定結果の標準不確かさは以下の2つの要因からなる。

$u_R(x)$: 測定の繰返し性の標準不確かさ(g)

$u_S(x)$: はかりの校正の標準不確かさ(g)

【例 2】：食塩水の質量パーセント濃度測定

◆評価の対象としている量の定義

食塩の質量を 5 回繰返し測定し，その標本平均を食塩の質量とする。また，その食塩を水に溶かし，その溶液（食塩水）の質量を 5 回測定し，その標本平均を食塩水の質量とする。食塩の質量の値を食塩水の質量の値で割りそれを 100 倍することによって，食塩水の質量パーセント濃度を求める。

◆モデル式

$$C = \frac{100m}{M} \tag{4}$$

ここで，C: 食塩水の質量パーセント濃度(%)

m: 食塩の質量(g)

M: 食塩水（水+食塩）の質量(g)

◆不確かさ要因

$u(m)$：食塩の質量の標準不確かさ(g)

食塩の質量の標準不確かさは以下の 2 つの要因からなる。

$u_{\mathrm{R}}(m)$：食塩の質量測定の繰返し性の標準不確かさ(g)

$u_{\mathrm{S}}(m)$：はかりの校正の標準不確かさ(g)

$u(M)$：食塩水の質量の標準不確かさ(g)

食塩水の質量の標準不確かさは以下の 2 つの要因からなる。

$u_{\mathrm{R}}(M)$：食塩水の質量測定の繰返し性の標準不確かさ(g)

$u_{\mathrm{S}}(M)$：はかりの校正の標準不確かさ(g)

補正要因とならない因子であっても，出力量のばらつきに影響するような因子等も不確かさ要因に含まれる。この補正要因とならない因子の中で，不確かさ要因として含まれるものとして最も重要であるのは，量の定義の不完全さによる不確かさである。この不確かさについては，VIM に次のように表されている。

定義の不確かさ（definitional uncertainty）：ある測定対象量の定義の詳しさが有限であることに起因する測定不確かさの成分

これは，例えば金属棒の長さ測定において，金属棒の長さの定義として金属棒の温度について触れられていなかったとき（例えば，「20 ℃のときの金属棒の長さ」等という言及がなされなかったとき）が相当する。この場合，温度が異なることによる金属棒の長さの違いは，不確かさとして扱う必要がある。つまり，前述のように補正しきれなかった部分による不確かさではなく，測定対象量の値を量の定義の不完全さによって完全に決定できないことが原因の不確かさである。これについては，GUM にも言及されている。

GUM　附属書 D.1.1：*測定を行う第一歩は測定対象量―測定される量―を規定することであり，この測定対象量の規定は値によってではなく，量を記述することによって初めて可能となる。しかし，原理的には，測定対象量を“完全に”記述するためには無限の量の*

情報が必要である。従って，測定対象量の解釈の余地が残っている限り，測定対象量の定義の不完全さは，測定の要求精度に比べて大きいか又は小さいかは分からないが，測定結果の不確かさ成分を生じさせることになる。

つまり，どのような測定であっても測定対象量を完全に記述することは不可能であるので，すべての測定にはこの測定対象量の定義の不完全さによる不確かさは存在する。しかし，この測定対象量の定義の不完全さによる不確かさは測定によって不確かさ評価に含まなければならないほど大きいか，又は無視してよいほど小さいかは測定の要求精度，つまり要求される不確かさの程度により判断される。つまり，ものさしで 10 cm ほどの金属棒の長さを測っているときには，測定対象量の定義に温度が含まれていなくても問題はないだろう。しかし，10 cm 程度の金属棒を 1 μm オーダーで測定している場合には，測定対象量の定義に温度が含まれていない場合は，非常に大きな不確かさを生み出すことになる。この量の定義の不完全さによる不確かさ成分は，測定対象量の定義に明記されていない要因が原因で現れるものであるので，不確かさ要因として見過ごされがちである。不確かさ要因を決定するためには，測定対象量の定義に何が決まっているのかはもちろん重要であるが，何が決まっていないのか，ということも同様に重要である。

4.3 不確かさを評価する方針の決定

4.3.1 ボトムアップ方式とトップダウン方式

入力量と出力量の関係をモデル式として表し，モデル式から感度係数を計算し合成標準不確かさを求める方法のことをボトムアップ方式という。

また，原因と結果のみからある不確かさ要因の出力量への影響を評価する方法がトップダウン方式と呼ばれる。トップダウン方式は，一般に測定のモデル式が構築できないために感度係数が計算不可能な場合に使われ，その計算には **4.4.1** の分散分析法が多く用いられる。トップダウン方式についても GUM には附属書 H に分散分析を用いた不確かさの評価例が記載されている。

さらに，ある要因についてはボトムアップ，他の要因についてはトップダウンと 2 方式を組み合わせて不確かさを評価するハイブリッド方式も存在する。

これらの方法は，不確かさ評価を行う測定方法により適切に選ぶ必要がある。特に，試験における不確かさではトップダウン方式をうまく用いなければ不確かさ評価を行えないことも多い。

4.3.2 測定のモデル式の再構築

試験における不確かさ評価では，測定者による測定値の違いや，装置による測定値の違いなどのボトムアップ方式では評価できない不確かさ要因が多く存在する。このような場合には前述のトップダウン方式が用いられるが，トップダウン方式が用いられたときには通常分散分析法による不確かさの評価が行われる。

分散分析法は，複数のばらつきの要因をもつ測定値に適用することによって，その複数のばらつきの大きさをそれぞれ評価することができる方法である。分散分析法を不確かさ評価に適用するためには，通常のモデル式ではなく，誤差を含めた測定のモデル式が重要である。例えば，式(5)で表されるものである。

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \tag{5}$$

ここに，x_{ij} は測定値，μ はその真の値，α_i はある要因による測定値の誤差，ε_{ij} は繰返しによる測定値の誤差である。この式(5)で表される分散分析で用いられるモデル式を「誤差の構造モデル」という。

このような誤差を含めた測定のモデル式は，不確かさ評価を行う際の測定のモデル式にも組み込むことができる。例えば，ある測定のモデル式が式(1)で表されていたとする。このとき，出力量 y に対して，測定者が異なることによる不確かさと測定の繰返し性の不確かさが存在したとすると，式(1)のモデル式は，

$$y = f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right) + \varepsilon_{\mathrm{P}} + \varepsilon_{\mathrm{R}} \tag{6}$$

と表すことができる。ここで，ε_{P} は測定者が異なることによって表れる出力量の値 y の誤差，ε_{R} は y に対する繰返し測定によって表れる誤差である。これらの誤差は, 出力量と同じ次元をもつ。この誤差を表す ε は以下の性質をもつと考えられる。

$$E(\varepsilon) = 0 \tag{7}$$

$$V(\varepsilon) = \sigma^2 \neq 0 \tag{8}$$

ここに，$E(\varepsilon)$ と $V(\varepsilon)$ および σ は誤差 ε の期待値と母分散および母標準偏差である。つまり，ε は期待値が 0 であるので測定結果そのものには影響を与えないが，母分散，母標準偏差が 0 ではないので，不確かさ評価を行った際には考慮しなければならない量である。これが測定のモデル式の再構築である。つまり，出力量の値を算出するためには，式(1)のモデル式があればよいが，これだけでは，トップダウン方式を用いた場合に不確かさ要因をすべて含むことができない。よって，モデル式を再構築し，式(6)で表されるモデル式を用いて不確かさ評価を行う。

式(6)に不確かさの伝播則を適用すると，y の標準不確かさ $u_{\mathrm{c}}(y)$ は

$$u_{\mathrm{c}}^2(y) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + u^2(\varepsilon_{\mathrm{P}}) + u^2(\varepsilon_{\mathrm{R}}) \tag{9}$$

となる。ここで，$u(x_i)$ と $\partial y / \partial x_i$ は x_i の標準不確かさと感度係数である。また，$u(\varepsilon_{\mathrm{P}})$ と $u(\varepsilon_{\mathrm{R}})$ は ε_{P} と ε_{R} の標準不確かさであり，分散分析法を用いて評価することが多い。

4.3.3 相関を避けるためのモデル式の再構築

4.2の【例2】において，食塩水の質量パーセント濃度の不確かさ要因として，質量測定の繰返しの不確かさと，はかりの校正の不確かさのみを考える。このとき，食塩の質量mと溶液の質量Mの質量の繰返し測定結果は独立であるので，相関を考える必要はない。しかし，同一のはかりを用いて質量を測定するのであれば，はかりの校正の不確かさはmとMに同じように影響を与える。このような場合は通常相関係数が1であるとすることが多い（GUM 5.2.2注記1の例を参照)。そのような場合にも誤差構造モデルを利用した測定のモデル式の再構築によって評価することができる。詳細は**4.5.3**（3)【例3】を参考のこと。

4.4 個別の不確かさ要因の評価（標準不確かさ）

不確かさ評価の第４ステップは，抽出されたそれぞれの不確かさを評価するための方法を決定

し，実行することである。そのため，不確かさを実験等により求めるもの（タイプ A）と文献等を元に求めるもの（タイプ B）に分類し，実験で求めるものについては合理的に求めるための実験計画を立て，評価を進めることになる。

まず，タイプ A の評価方法であるが，最も基本的なものは，繰返し測定を行い，実験標準偏差（統計用語では標本標準偏差）を求め，測定結果が標本平均であれば，標本平均の実験標準偏差を算出し，それをタイプ A で評価された標準不確かさとするという方法である。本文書ではこの基本的なタイプ A の評価方法の説明は省略する。

タイプ A の評価方法の中で複雑なものとしては，**4.3.2** において解説したような不確かさ要因による出力量への影響がモデル化できずブラックボックス化していて，原因と結果（入力量による出力量のばらつき）のみしかわからない場合に用いるトップダウン方式を採用した場合の不確かさ評価である。このようなタイプ A 評価には分散分析法の利用が有効である。分散分析法の特徴については，**4.4.1** に解説する。

破壊試験のように同一の測定対象物を繰返し測定できない場合では，測定対象物間のばらつきを分離して繰返し性を評価することは難しい。このような試験の繰返し性を評価する際の注意事項を **4.4.2** に示す。

次に，タイプ B 評価において，一部の試験ではその試験結果の算出において試験機・測定器の校正値による補正を行わない場合がある。このように校正値のかたよりを補正しない場合，補正しなかったことによる不確かさをどのように評価すればよいかについて **4.4.3** に示す。

また，測定結果にはかたよりとして影響を与えることが分かっているが，そのかたよりの大きさが分からない「未知のかたより」について，**4.4.4** で解説する。

4.4.1 分散分析法の特徴

通常，分散分析法は，製品や対象物などの品質確認のために行われる本試験の試験結果に適用するのではなく，事前に不確かさを評価するために行われる実証試験の試験結果に対して適用することが多い。このとき問題となるのが，標本平均の実験標準偏差の扱いである。例えば，測定者が異なることによる不確かさと繰返し性の不確かさを評価するために，5 名の測定者が各々10 回の繰返し測定を行った結果を分散分析し，測定者の違いの母標準偏差の推定値 $\hat{\sigma}_{\mathrm{P}}$ と繰返し性の母標準偏差の推定値 $\hat{\sigma}_{\mathrm{R}}$ を求めたとする。このとき，測定者の違いによる標準不確かさ $u(\varepsilon_{\mathrm{P}})$ は通常，

$$u(\varepsilon_{\mathrm{P}}) = \frac{\hat{\sigma}_{\mathrm{P}}}{\sqrt{5}} \tag{10}$$

とはならない。なぜならば，本試験においては測定者 5 名による結果を平均して試験結果とすることはあまり行われないからである。測定者が 5 名いるのは，試験依頼が 1 名では捌ききれないくらいの量があるので，5 名で分担し試験を行っているからであろう。つまり，ある試験依頼には，5 名のうち 1 名がその依頼を担当し試験を行うのである。このような場合であれば，測定者が異なることによる標準不確かさは，

$$u(\varepsilon_{\mathrm{P}}) = \hat{\sigma}_{\mathrm{P}} \tag{11}$$

となる。また，繰返し測定においても不確かさ評価を行うための実験であれば，繰返し回数が本試験とは異なることもあるだろう。本試験では繰返し測定を 3 回しか行わないのであれば，繰返し性の標準不確かさは，

$$u(\varepsilon_{\mathrm{R}}) = \frac{\hat{\sigma}_{\mathrm{R}}}{\sqrt{3}} \tag{12}$$

となる。

ただし，$u(\varepsilon_{\mathrm{R}})$は，通常の試験が繰返し測定で行われるときには，その繰返し測定から得られたデータによって求められる標準不確かさを用いることもできる。このとき，繰返し測定の回数が少ないと，分散分析法によって求められる$u(\varepsilon_{\mathrm{R}})$のほうが自由度が高くなり，それに伴い推定精度が高くなることが多い。ただし，GUM4.2.4 にあるように，分散分析法を行う際に想定できる母集団が，実際の繰返し測定の母集団とほぼ同等である（統計的管理状態を保っている）ことが重要である。

また，分散分析法を行うときに問題となるのが，不確かさ要因の交絡である。測定を行う順番がランダム化されていないと，想定していなかった不確かさ要因が入り込み，分散分析では分離することができなくなることがある。このような場合には，推定された標準偏差が想定している母集団のものとは異なるので十分に注意しなければならない。ただし長期安定性の試験などのランダム化できない因子が存在する場合には，枝分かれ法の適用を考慮しなければならない。

分散分析法の欠点として，測定回数が非常に多くなるということがある。つまり，不確かさ要因が，測定者，測定装置，測定場所・・・等と増えたとすると，測定者 5 名，測定装置 5 台，測定場所 2 カ所，繰返し 3 回，という条件で実験を行うと，150 回もの実験を行う必要がある。このような場合には実験を 2 つに分けるなどの対策を取る必要があるが，その 2 つに分けた実験において，分散分析結果の繰返しの項に算出される分散に含まれる不確かさ要因が多くの場合 2 つの実験の間で異なる，ということが起こるので注意が必要である。

また，例えば入力量である測定時の温度によって出力量が変化するが，温度と出力量の関係を物理的には明らかにできない場合を考える。この場合，ボトムアップ方式では測定のモデル式が作成できず，分散分析法によって温度による不確かさを評価する必要がある。ただし，この場合にはどのように温度の水準を決定するかということが問題となる。温度が不確かさ要因となるということは，温度を完全にはコントロールできないということが前提にあるはずなので，不確かさ評価を行う際にその水準を指定することは難しい。分散分析を用いない場合では，温度が変動している条件下で繰返し測定を行えば，その繰返し測定のばらつきの中に温度変動のばらつきも含まれて，温度変動と繰返しのばらつきが同時に評価できるが，本当に温度が想定しているようにばらついているのかを確認することは難しく，更に繰返し性と温度変動のばらつきが分離できなくなる。

そのような場合，温度変動によって直線的に出力量が変動することが予想されるのであれば，分散分析法を用いるのではなく，感度係数を実験的に求める方がよい。例えば，20 ℃±1 ℃の状況下で温度変動による不確かさを評価したいのであれば，温度を 19 ℃，20 ℃，21 ℃の 3 水準程度設定し，その状況下で繰返し測定を行い，19 ℃，20 ℃，21 ℃の時の測定結果に回帰分析を適用し，直線の傾きを求め，その傾きを感度係数とする。

この場合，温度は 19 ℃，20 ℃，21 ℃にこだわる必要は無く，直線性が確保できる範囲内で最大の幅を設定した方が再現性のある評価ができる。つまり，実際の温度は，20 ℃±1 ℃以内に管理されていたとしても，直線性は 20 ℃±5 ℃の範囲内で確保できているのであれば，15 ℃，20 ℃，25 ℃の 3 水準で繰返し測定を行い，その結果に回帰分析を適用し，求めた傾きを感度係数とすればよい。また，入力量の不確かさは，実際の温度変動 20 ℃±1 ℃から，通常は矩形分布を仮定して求めればよい。これを図示したものを図 3 に示す。

つまり，19 ℃，20 ℃，21 ℃に温度を設定するより，15 ℃，20 ℃，25 ℃に設定する方が技術的に難しくなく，さらに温度設定に多少ずれがあっても傾きに与える影響は小さい。実験的に感度係数を求める方法については，GUM5.1.4 に言及がある。

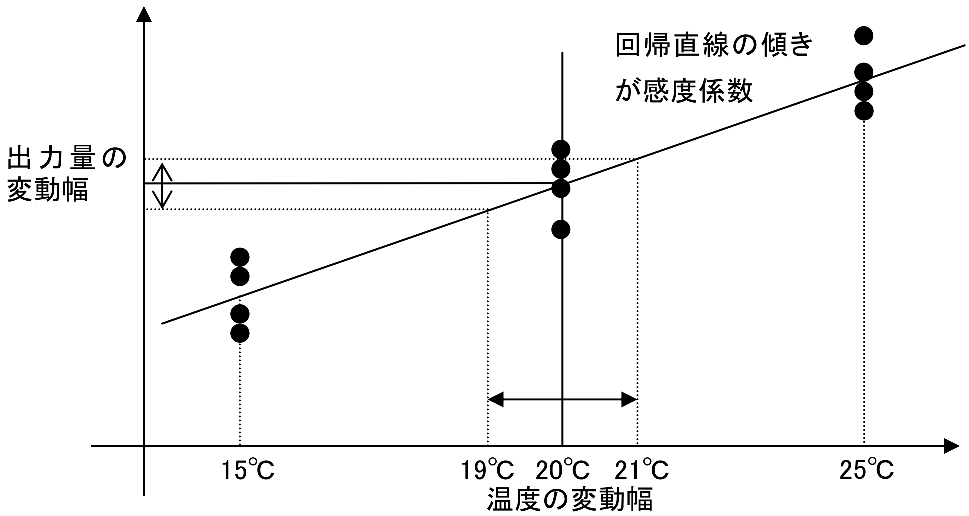


図 3 回帰分析から実験的に感度係数を求める方法

4.4.2 破壊試験等の厳密に繰返し測定が行えない場合の評価

破壊試験などでは，測定対象物が一度測定されると破壊されてしまい，同じ測定対象物は二度と測定できない。このような場合の繰返し性の評価について解説する。まず考える必要があるのは，何に対して不確かさを求めるのか，つまり量の定義であり，次の二つに分けられる。

(1) 測定対象物を有するロットから取り出したいくつかの測定対象物の測定から，ロット全体の測定結果とその不確かさを評価する場合

サンプリングされたいくつかの測定対象物を測定し測定結果として標本平均を求めると，その標本平均の標本標準偏差は繰返し性と測定対象物間のばらつきが合成された標準不確かさに相当する。ただし，ここで評価された標準不確かさはあくまでも標本平均に対して付与されたものである。よってこの標準不確かさをロットに含まれる他の測定対象物個々に付与される不確かさとして用いることはできない。

(2) 1 個だけ持ち込まれた破壊試験用測定対象物の測定から，その 1 個の測定対象物の測定結果と

その不確かさを評価する場合

顧客から持ち込まれた破壊試験用測定対象物が 1 個しか存在しないので，測定対象物間のばらつきは求められない。更に，1 つの測定対象物について値付けを行い，その不確かさの評価をする訳なので，測定対象物間のばらつきは，不確かさの要因には含まれない。

ただし，試験機が原因である繰返し性は求める必要がある。試験機が原因である繰返し性を求めるためには，ばらつきの極めて小さな測定対象物を用意し，その測定結果の標準偏差を事前に求めておくことによって評価できる。つまり，ばらつきの小さな測定対象物を測定するので，測定対象物間のばらつきは無視できると考えると，ここで求められた標準偏差は，試験機が原因である繰返し性が主要因となる。ただし, この場合測定対象物間のばらつきを無視できるためには, 測定対象物間のばらつきは小さければ小さいほどよいが，試験機が原因である繰返し性と測定対象物間のばらつきは交絡しているので，実際に測定対象物間のばらつきが無視できるかどうかは分からない。通常，ほとんどの場合，測定対象物間のばらつきは無視できないので，本方法では繰返し性が過大評価されているが，安全側であるので問題としない。この方法で評価された結果は，持ち込まれた破壊試験用測定対象物の測定結果とその合成標準不確かさである。つまり，この結果は測定対象物を取り出したロットすべてには適用できない。よって，このような評価を行った場合には，試験成績書に,「本結果は，測定した測定対象物に対して付与された値と不確かさである」という旨を明記する必要がある。

4.4.3 試験機，測定器の校正値を補正しない場合の不確かさの扱い

測定対象物を測定するための測定器は通常上位校正機関での校正，または上位標準による所内校正が行われる。その校正結果には，標準の値と被校正対象物の校正値 y および，その不確かさ $u_c(y)$が明記される。標準の値と被校正対象物の校正値の差Δy はかたより補正値であり，$u_c(y)$は読み値 y の合成標準不確かさである。通常の場合であれば差を補正し，合成標準不確かさ $u_c(y)$を被校正対象物の校正の不確かさとしてそのまま利用するが，トレーサビリティの下位の測定器の場合，その差を補正せず，読み値をそのまま測定結果とすることも多い。

GUM では,「*3.2.4　測定結果は，認識できるすべての大きな系統効果に対して補正し，これらの効果を識別するためのあらゆる努力をしたものと考える。*」とあるように，補正を行うことが前提となっている。ただし,「*3.4.4　ある場合には，系統効果の補正の不確かさを，測定結果の不確かさの評価に含める必要はない。この不確かさを評価していたとしても，測定結果の合成標準不確かさに対する寄与が小さければ，これを無視してもよい。補正値自身が合成標準不確かさに比べて小さい場合は，これも無視してよい。*」とあるように，補正値自身が小さな場合には不確かさ評価に含まなくてもよいと考えられる。しかし，現実には補正値が測定結果に影響を与え，補正しないことによる不確かさを評価しなければならないことがある。このような場合の解決法は, GUM 附属書 F2.4.5 で触れられているが，現実的にこれを運用することは難しい。ここでは，十分有用かつ簡易的な方法を紹介する。

測定対象物を測定する測定器のかたよりを補正しないことは, 品質管理上問題が多い。例えば, 測定対象物の質量が 10 g±0.5 g 以内に存在するかどうかを確認したい測定の場合，はかりの読み値のかたよりが 0.1 g もあると合否判定がうまく行えないので, 補正もしくは測定器の調整を行う

はずである。いま，「標準の値と測定器の読み値の差が±0.03 g を超過する場合には測定器の調整を行う」という測定器の管理基準を設定したとすると，標準の値と測定器の読みの差は必ず±0.03 g 以内になっている。従って，この管理基準を矩形分布と考え，読み値を補正しないことが原因の不確かさと設定し，それに測定器の校正の不確かさを合成すればよい。つまり，校正結果として補正値が分かっているが，その補正値はこれまで行ってきた校正，また将来行うであろう校正の結果の中では単に一つの結果であり，その校正値は確率分布に従っていると考えるのである。

この方法は，測定器に管理限界を設定するという品質管理上当然の前提を置くだけで，入力量のかたより成分を不確かさ評価に導入することができ，用いる確率分布も矩形分布でよく，不確かさ評価に非常に馴染みやすい方法である。

4.4.4 未知のかたよりの不確かさ評価への影響

VIMによる「不確かさ」の定義では，不確かさとは，量の値すなわち測定値のばらつきを表すものである。ただし，不確かさ評価における「ばらつき」という用語には，測定を繰返した際に現れるばらつき以外のものも含まれる。それはVIMの「不確かさ」の定義の注記１にも次のように言及されている。

注記1　不確かさは，定義の不確かさとともに，補正及び測定標準の付与された量の値に付随する成分のような，系統的効果から発生する成分も含む。推定した系統的効果が補正されず，その代わり付随する不確かさの成分が含まれることがある。

ここで言及されている「系統的効果から発生する成分」についてGUM附属書E.3.4とE.3.5には，次のように示されている。

E.3.4　次の例を考える。zがただ一つの入力量wに従属し，$z=f(w)$とする。ここに，wはn個のwの値w_kの平均値から推定される。これらn個の値は確率変数qのn個の独立な繰返し観測値q_kから求められ，w_kとq_kは次の式で関係付けられる。

$$w_k = \alpha + \beta q_k \qquad \text{(E.4)}$$

ここに，αは各観測値に共通する一定値の“系統的”なオフセットまたはシフト，βは共通の比例係数である。このオフセットと比例係数は，観測期間中一定であるが，先験的確率分布に従うものと仮定され，αとβはこれらの分布の期待値の最良推定値である。

＜中略＞

＜（著者挿入）不確かさの伝播則の式から＞次の式が得られる。

$$u^2(z) = u^2(\alpha) + \bar{q}u^2(\beta) + \beta^2 \frac{s^2(q_k)}{n} \qquad \text{(E.6)}$$

ここに，$s^2(q_k)$は＜中略＞観測値q_kの実験分散であり，$\frac{s^2(q_k)}{n} = s^2(\bar{q})$ は平均値$\bar{q}$ の実験分散である。

E.3.5　従来の用語では，式(E.6)の右辺第三項は，普通，観測値の数nが増加するにつれて減少するため，推定分散$u^2(z)$に対する“偶然的”な寄与と呼ばれ，一方，第一項と第二項は，nに依存しないため“系統的”な寄与と呼ばれる。＜後略＞

つまり，不確かさの成分によっては測定を繰り返すことによって$\sqrt{n}$分の1の割合で減少する繰

返した際に現れるばらつき以外に，観測期間中一定であるが，その値は何らかの確率分布に従う系統的効果から発生する成分も存在する，ということである。また，この系統的効果から発生する成分は，観測期間中一定であるから測定結果に対してはかたよりとして作用するが，そのかたよりの大きさは先験的確率分布に従うということから，大きさを確定することができない。このような成分を本文書では分かりやすく「未知のかたより」と呼ぶ。以下に，未知のかたよりの具体例を説明する。

(1) 金属棒の長さ測定における未知のかたより

金属棒の長さ測定における不確かさ要因として，温度測定の不確かさと，繰返し性等の長さ測定の不確かさの2つの要因が考えられるが，この2つの不確かさ要因をどのように評価すべきかは測定の状況により異なる。これについて以下に説明する。

まず，繰返し測定期間中に温度が変動する場合を考える。このような条件下においては，各繰返し測定を行った際の温度はその繰返し測定ごとに異なっていると考えられる。この時に測定期間内の温度のばらつきと繰返しのばらつきを両方評価することは，不確かさのダブルカウントになる。繰返し測定を行うごとに測定時の温度が変わっているのであれば，その温度の変化によって金属棒は伸びたり縮んだりしているはずである。よって，長さの繰返し測定結果に温度による金属棒の伸び縮みがすでに含まれており，長さ測定の繰返し性を評価すれば，その不確かさの中には，温度変化による金属棒の長さの不確かさも含まれているはずである。従って，測定期間中の温度変化による長さの不確かさを別に見積もってはいけない。

次に，測定中の温度が20 ℃であることを分解能1 ℃のデジタル温度計によって確認して，20 ℃の金属棒の長さを測定する場合を考える。この時は，繰返し測定期間中に温度が変動する上述の場合とは異なり，温度測定の不確かさと長さ測定の繰返しの不確かさの両方を考慮する必要がある。なぜなら，20 ℃であることを温度計によって確認しているが，本当に20 ℃丁度という訳ではないからである。分解能1 ℃の温度計を用いているので，20 ℃と表示されていても20 ℃ ±0.5 ℃の範囲内のどこかに温度が存在していることを表しているにすぎない。例えば，長さ測定を行っている間の真の温度が20.3 ℃であると，金属棒は20 ℃のときより少し長くなっている。この条件下での繰返し測定で得られた長さはすべて0.3 ℃分長くなっているが，測定者はそれを認識できない。つまり，この温度の不確かさ要因はかたより成分であり，GUMではかたよりは補正しなければならないことになっている。しかし，この測定においては，用いている温度計の分解能が1 ℃であるので，かたよりの大きさを知ることはできない。ここで真の温度は20.3 ℃であるとしているが，現実の測定においては，真の温度が20 ℃±0.5 ℃の範囲内に存在することしか分かっていない。つまり，この温度の不確かさ要因はかたより成分として影響を与えるが，その大きさが分からない。これは「未知のかたより」である。

「未知のかたより」とは，成分としてはかたよりであるが，その大きさがある範囲内に入っているということ以外全く情報が存在しないものである。GUMでは，このような要因は繰返しのばらつきと同じく扱うことができるとしている。よって，不確かさ要因をダブルカウントしないためには，不確かさ要因が測定結果に対しばらつきとして影響を与えるのか，それともかたよりとして影響を与えるのか，ということを見極める必要がある。ただし，GUMでも述べているように，

同じ要因でも測定結果に対しかたよりとなるのかばらつきとなるのかは，状況によって変わるので，非常に見極めが難しい。

(2) 測定者の違いによる未知のかたより

試験における不確かさ評価では，測定者が異なると，測定する際の癖などによって測定結果が異なることがある。このような測定者の違いによる不確かさ要因は，状況によってばらつきとなったり，かたよりとなったりする。

1つの測定結果を算出するために測定者5名が測定対象物を繰返し測定し，5名ごとに標本平均が異なる結果を得た場合には，測定者の違いはばらつきとして影響を与えていることになる。

次に，ある測定対象物に値付けを行う際，測定者の中から誰か1名だけが測定を行う場合を考える。通常の試験所ではこのような方法で行う場合が多い。複数の測定者を用意するのは，試験測定対象物の数が多く，測定者を複数人用意しなければ依頼に対応できないからである。この場合は，複数の測定者の中から誰か1名が選ばれ，その選ばれた1名は大きめに測定する癖があったり，小さめに測定する癖があったりする。すなわち，この要因はかたよりを与えていることになる。ただし，ある測定対象物の測定を行う測定者は大きめに測る測定者が担当するのか，小さめに測る測定者が担当するのかは分からない。よって，この測定者による要因は「未知のかたより」である。

(3) タイプA及びタイプBの評価と未知のかたよりとの関係

ここで誤解を恐れずに述べると，「タイプBの評価はほとんどの場合未知のかたよりを評価している」といえる。もちろん，タイプBの評価によってばらつきを評価することもできるが，実際に行われている不確かさ評価では，デジタル表示の不確かさ，測定器の経年変化の不確かさ，測定器の校正の不確かさ等，タイプBの評価はほぼ未知のかたよりを評価するものである。

例えば，測定器の経年変化による不確かさをタイプA評価するためには，経年変化が充分に起こる非常に長い期間内で繰返し測定を行う必要があり，現実的ではない。よって，測定器の経年変化による不確かさはタイプB評価することが多い。また，「測定器の経年変化による不確かさが，校正周期内において±1 %以下である」という情報が与えられている場合，その測定器による測定では，±1 %の範囲内のどこかに真の経年変化が存在しているが，それがいくつであるか分からないという「未知のかたより」と考えられる。

つまり，実際にデータを取得して繰返し性の評価を行うタイプAの評価の場合，その繰返し条件下において，すべての不確かさ要因が測定結果のばらつきに影響を及ぼすならば，繰返し測定を行い実験標準偏差を算出すれば，すべての不確かさ評価は終了する。なぜなら，ここで評価される標準偏差は，すべての不確かさ要因から引き起こされるばらつきを含んでいるからである。つまり，繰返し条件下でばらついている要因についてはタイプAの評価により求められる標準不確かさにすべての要因の影響が含まれており，その含まれている要因については，さらに評価するとダブルカウントになる。

ただし，現実にはすべての不確かさ要因が測定結果のばらつきに影響を与えることはない。典型的なものが，測定器（標準器）の校正の不確かさである。校正の不確かさは未知のかたよりと

して作用する。例えば，1 kgの分銅の拡張不確かさが1 gであったとすると，その分銅は，1 kg ± 1 gの間で質量の値がばらついているという訳ではなく，その範囲内のどこかにその分銅の本当の質量が存在している，ということを意味しているだろう。よって，通常はタイプAの評価とタイプBの評価をうまく組み合わせて，不確かさ評価を行わなければならない。

4.5 標準不確かさの合成

4.5.1 合成標準不確かさと相対標準不確かさ

式(1)で示した一般的な測定のモデル式 $y = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ において，入力量 x_i（i=1，2，･･･，n）の標準不確かさ $u(x_i)$を合成すると，出力量 y の標準不確かさ $u_\mathrm{c}(y)$が式(13)のように求められ，これを合成標準不確かさという。また，この不確かさを合成するための式を不確かさの伝播則と呼ぶ。$u_\mathrm{c}(y)$は y と同じ単位をもつ量である。

$$u_\mathrm{c}^2(y) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) \tag{13}$$

いま，測定のモデル式が入力量の積または商のみで表されているとき，つまり

$$y = c \cdot x_1^{p_1} \cdot x_2^{p_2} \cdot \cdots \cdot x_n^{p_n} \tag{14}$$

によって表されているときには，標準不確かさを次のように合成することができる。

$$\left[\frac{u_\mathrm{c}(y)}{y}\right]^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[p_i \cdot \frac{u(x_i)}{x_i}\right]^2 \tag{15}$$

これは次のように説明できる。測定のモデル式(14)を x_i で偏微分すると，

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = (c \cdot x_1^{p_1} \cdot x_2^{p_2} \cdot \cdots \cdot x_{i-1}^{p_{i-1}} \cdot x_{i+1}^{p_{i+1}} \cdot \cdots x_n^{p_n}) \cdot p_i x_i^{p_i - 1} \tag{16}$$

この両辺に x_i を掛けて整理すると，

$$\begin{aligned}\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot x_i &= (c \cdot x_1^{p_1} \cdot x_2^{p_2} \cdot \cdots \cdot x_{i-1}^{p_{i-1}} \cdot x_{i+1}^{p_{i+1}} \cdot \cdots x_n^{p_n}) \cdot p_i x_i^{p_i - 1} \cdot x_i \\ &= (c \cdot x_1^{p_1} \cdot x_2^{p_2} \cdot \cdots \cdot x_{i-1}^{p_{i-1}} \cdot x_{i+1}^{p_{i+1}} \cdot \cdots x_n^{p_n}) \cdot p_i x_i^{p_i} = p_i (c \cdot x_1^{p_1} \cdot x_2^{p_2} \cdot \cdots \cdot x_n^{p_n}) = p_i y\end{aligned} \tag{17}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial y}{\partial x_i} = p_i \cdot \frac{y}{x_i} \tag{18}$$

となり，これを不確かさの伝播則の式(13)に代入すると，

$$u_\mathrm{c}^2(y) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 \cdot u^2(x_i) = \sum_{i=1}^{n}\left(p_i \frac{y}{x_i}\right)^2 \cdot u^2(x_i) = \sum_{i=1}^{n}\left[p_i \frac{u(x_i)}{x_i}\right]^2 \cdot y^2 \tag{19}$$

$$\left[\frac{u_\mathrm{c}(y)}{y}\right]^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[p_i \cdot \frac{u(x_i)}{x_i}\right]^2 \tag{20}$$

となる。式(20)の右辺内 $u(x_i)/x_i$ は，入力量の標準不確かさ $u(x_i)$を，入力量 x_i で除したものであり，

「相対標準不確かさ」と呼ばれる。また，左辺の出力量の標準不確かさ（合成標準不確かさ）$u_c(y)$ を出力量 y で除したものは「相対合成標準不確かさ」と呼ばれる。

つまり，測定のモデル式が入力量の積と商のみで表される場合には，単に相対標準不確かさを合成することによって相対合成標準不確かさを算出することができる。本件に関しては，GUM5.1.6 に言及がある。

4.5.2 相対標準不確かさによる不確かさの伝播則を用いる際の注意

試験における不確かさを算出する場合，測定のモデル式が入力量の積と商のみで表されることが多く，前節で解説した相対標準不確かさによる不確かさの伝播則（式(20)）がよく用いられる。ただし，相対標準不確かさによる不確かさの伝播則は，不確かさに関して十分な知識をもって使わないと，誤った評価の原因となりやすい。その例を以下に示す。

(1) 測定のモデル式が入力量の積・商で表されていない場合

相対標準不確かさによる不確かさの伝播則は，測定のモデル式が必ず入力量の積と商のみで表されている場合だけにしか使用できない。しかし，どのような場合にも相対標準不確かさによる不確かさの伝播則が利用できるという誤解が多く見られる。

例えば，測定のモデル式が，

$$y = \frac{x-a}{b} \tag{21}$$

で表されているとき，分子は $x-a$ であるので，式(21)は積・商だけで表されているとは言えない。従って，このモデル式で表される入力量の不確かさを合成する場合に，

$$\left[\frac{u_c(y)}{y}\right]^2 = \left[\frac{u(x)}{x}\right]^2 + \left[\frac{u(a)}{a}\right]^2 + \left[\frac{u(b)}{b}\right]^2 \tag{22}$$

とするのは誤りである。

ただし，変数 z を導入し $z = x - a$ とすると，$u^2(z) = u^2(x) + u^2(a)$ であり，

$$y = \frac{x-a}{b} = \frac{z}{b} \tag{23}$$

$$\therefore \quad \left[\frac{u_c(y)}{y}\right]^2 = \left[\frac{u(z)}{z}\right]^2 + \left[\frac{u(b)}{b}\right]^2 = \left[\frac{u^2(x)+u^2(a)}{(x-a)^2}\right] + \left[\frac{u(b)}{b}\right]^2 \tag{24}$$

とすることは可能である。

(2) 不確かさ要因が入力量の和，差のみで表される場合

測定のモデル式が和と差のみの例として，次式の場合がある。

$$y = x_1 + x_2 + \cdots + x_n \tag{25}$$

すなわち，不確かさ要因ごとの入力量 x_i がすべて出力量 y を直接測定する場合であり，入力量は出力量と同じ単位となっている。特に，試験における不確かさ評価には非常に多く表れる。

試験における不確かさでは，**4.3.1** にて紹介したトップダウン方式を用いることが多い。その場合，誤差の構造モデルに従って不確かさ評価が行われる。誤差の構造モデルは次式で表される。

$$y = \mu + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \tag{26}$$

ここに，μ は真の値であり，ε_1 は繰返し性，ε_2 は再現性，ε_3 は装置による違いなどの要因に関する y の誤差で構成される。この場合，ε を式(25)の x と同様に扱い，各入力量 ε_i で出力量 y を偏微分した感度係数 $\partial y / \partial \varepsilon_i$ はどれも 1 となるので，不確かさの伝播則は，

$$u_{\mathrm{c}}^2(y) = \sum_{i=1}^{n} u^2(\varepsilon_i) \tag{27}$$

と表すことができる。この場合，各入力量 ε_i は出力量 y と同一の次元をもつので，ε_i の標準不確かさ $u(\varepsilon_i)$を y に対する相対標準不確かさで表すと，

$$\frac{u(\varepsilon_i)}{y} \tag{28}$$

となる。つまり, 出力量と同じ次元の入力量のばらつきを相対標準不確かさで表す場合であれば, 出力量の値で出力量と同じ次元の入力量の標準不確かさを割ることになる。

この場合も，すべて相対標準不確かさを用いて合成することができる。すなわち，

$$\left[\frac{u_{\mathrm{c}}(y)}{y}\right]^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{u(\varepsilon_i)}{y}\right]^2 \tag{29}$$

という式で表すことができる。しかし，この式(29)は，(1)で紹介したモデル式が積と商だけで表されるときの不確かさの伝播則とは異なるものである。この式は，単に式(27)の両辺を y^2 で除したものに過ぎない。不確かさ評価についての知識が十分に身に付いていない者による評価では，ここで紹介した相対標準不確かさの合成と，モデル式が積と商のみで表されている場合の相対標準不確かさの合成とが区別がついていない場合が多い。

(3) 相対標準不確かさを用いることによって，入力量の値が見えなくなる場合

測定のモデル式が積と商のみで構成されている場合，校正証明書から標準器の校正の不確かさを引用する場合などには特に注意を要する。

例えば，校正証明書に不確かさが，「合成標準不確かさとして 1 %である」と記載されている標準器の場合，相対標準不確かさによる不確かさの伝播則の式(20)に，

$$\frac{u(x)}{x} = 0.01 \tag{30}$$

を機械的に代入している場合を多く見受けるが，これは非常に問題が多い。標準器の相対標準不確かさが 1 %という場合の入力量の値に関して十分考慮しなければならない。

例えば，500 という標準器の値に対して，標準器の校正の不確かさが，「相対標準不確かさとして 1 %である」とすると，標準器の校正の標準不確かさの値は 5 となる。この標準器を用いて校正を行い，被校正対象物の値付けをした値が 100 である場合，標準器の校正の不確かさを 1 %と

考えて，相対標準不確かさによる不確かさの伝播則の式に，式(30)の値を代入するのは危険である。というのは，標準器の校正の標準不確かさは，標準器の値が 500 である場合に付けられたものであり，相対値ではない標準不確かさは 5 である。しかし，被校正対象物の値の相対合成標準不確かさを求めるために 0.01 を代入することは，被校正対象物の値（100）から考えると，標準器の校正の不確かさを 100 の 1 %である 1 と考えていることになる。値が 500 のときは 1 %の 5 となっていることは確かであるが，100 のときは 1 %である 1 となるかどうかは分からない。もちろん，標準不確かさの値が測定結果に完全に比例，すなわち測定レンジ内であれば相対合成標準不確かさがすべて等しくなる測定も存在するが，すべての測定で比例するわけではない。例えば 500 のときの標準不確かさが 5 であれば，100 のときの標準不確かさも 5 となる場合も多く存在する。すなわち，100 のときの標準不確かさを 5 と考え，さらに 500 の校正結果を 100 のときにも用いるため，非直線性の不確かさ要因を更に考えて合成する必要がある量も存在する。上記を図で解説したものを図 4 に示す。

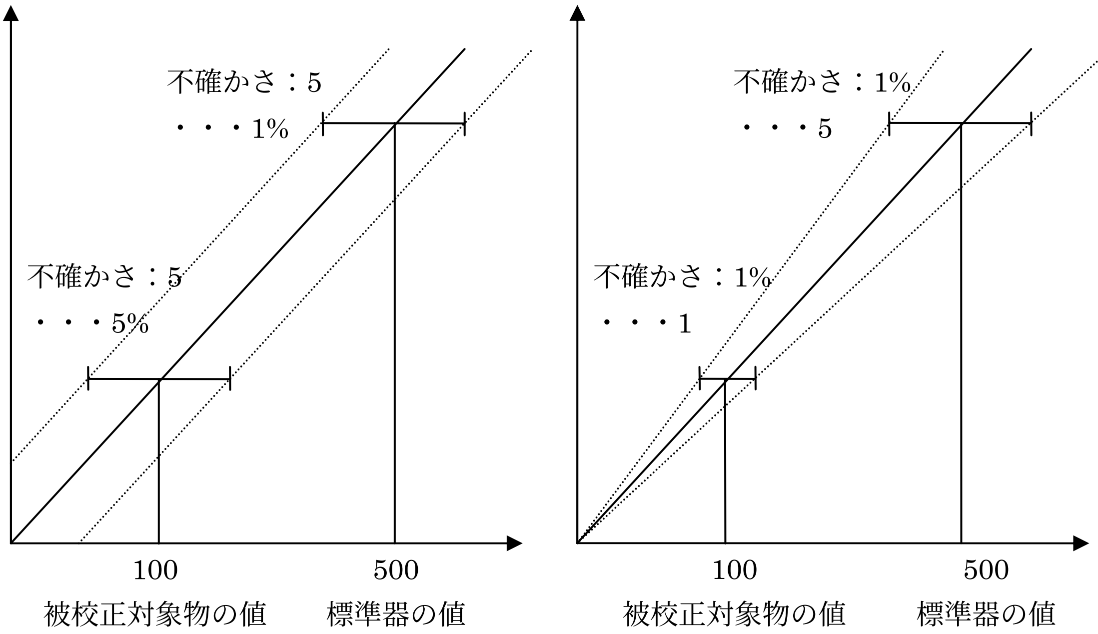


図 4　相対標準不確かさの盲点

このように相対標準不確かさを用いると，その入力量，出力量の値の大きさが完全に見えなくなってしまうために，間違った処理を行う可能性が高まる。

上記 3 つの例のように，相対標準不確かさの取り扱いは非常に難しい。不確かさ評価に十分習熟していないとこれらの間違いを犯す可能性が高まる。これを避けるためには，合成標準不確かさを算出するために相対標準不確かさを用いなければよい。すべての評価において通常の不確かさの伝播則を用いて不確かさを合成することを薦める。校正証明書や試験結果の報告に相対合成標準不確かさや相対拡張不確かさが必要な場合には，まず合成標準不確かさや拡張不確かさを通常の方法で評価し，最後に測定結果で割ることによって相対合成標準不確かさ，相対拡張不確か

さを求めればよい。合成標準不確かさの計算途中にまで相対標準不確かさを用いる必要は無い。

4.5.3 相関を考慮した不確かさの合成

(1) 相関を考慮した不確かさの伝播則

標準不確かさを合成する場合には，式(13)に示した不確かさの伝播則を用いればよいが，この式は各入力量の間に相関が存在しないことが前提である。「相関がある」とは二つの入力量の間に何らかの関係が存在し，一方の入力量の値 x_i がもう一方の入力量の値 x_j に影響を与えていることをいう。

この相関の大きさは相関係数 $r(x_i,x_j)$によって表され，相関係数を用いて相関を考慮した不確かさの伝播則を表すと，

$$u_\mathrm{c}^2(y)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)+2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial x_j}\right)u(x_i)u(x_j)r(x_i,x_j) \tag{31}$$

となる。通常，相関が存在する場合は式(31)で表した相関を考慮した不確かさの伝播則を用いればよい。

(2) タイプ A 評価での相関を考慮した不確かさ評価

タイプ A 評価の場合相関を考慮しなくてはならない場合というのは，複数の入力量を同時に測定し，その結果の間に相関が存在する場合である。簡単な例として，モデル式が

$$z=x+y \tag{32}$$

で，入力量 x と y の間に相関がある場合を考える。測定結果を表 1 に示す。

表 1　タイプ A 評価の相関

	x	y
1	0.425	1.250
2	0.304	0.615
3	0.834	1.519
4	0.551	0.848
5	0.935	1.611
6	0.374	0.974
7	0.706	1.563
8	0.897	1.183
9	0.944	1.651
10	0.745	1.404
標本平均	0.6715	1.2618
標本平均の実験標準偏差	0.0765	0.1120
相関係数	0.8029	

この場合，測定結果は,

$$z=\bar{x}+\bar{y}=1.9333 \tag{33}$$

表 1 に相関を考慮した不確かさの伝播則の式(31)を適用すると,

$$\begin{aligned} u_c(z) &= \sqrt{u^2(x)+u^2(y)+2u(x)u(y)r(x,y)} \\ &= \sqrt{0.0765^2+0.1120^2+2\cdot 0.0765\cdot 0.1120\cdot 0.8029} \\ &= 0.1793 \end{aligned} \tag{34}$$

となり，合成標準不確かさが計算できる。しかし，この方法は推奨できない。なぜなら，この方法によって相関を考慮するのはあくまでも入力量同士が一次の関係をもつときのみである。タイプ A 評価の場合には，この相関を考慮することなく不確かさを求めることができる。

次に示す表 2 は望ましい不確かさ評価方法である。

表 2　相関を考慮しないタイプ A の評価方法

	x	y	z
1	0.425	1.250	1.6750
2	0.304	0.615	0.9190
3	0.834	1.519	2.3530
4	0.551	0.848	1.3990
5	0.935	1.611	2.5460
6	0.374	0.974	1.3480
7	0.706	1.563	2.2690
8	0.897	1.183	2.0800
9	0.944	1.651	2.5950
10	0.745	1.404	2.1490
標本平均			1.9333
標本平均の実験標準偏差			0.1793

つまり，x_i と y_i から z_i を求め，z_i の標本平均を測定結果とし，z_i の標本平均の実験標準偏差をタイプ A で評価した標準不確かさとする。この結果は相関を考慮したものと全く同じ結果となっている。つまり，タイプ A 評価の場合には繰返しによる不確かさは入力量で考えるのではなく，出力量の測定の繰返しと考えるほうがよい。

またこの例では，式(32)で表したように測定のモデル式が線形である。線形の場合は，相関を考慮する場合も考慮せずに出力量の繰返しと考える場合も同じ結果になる。一方，モデル式が線形でない場合は, 両者が異なる結果となるが, 相関係数は一次の相関のみしか考慮できないこと，及び不確かさの伝播則は線形近似であること，という 2 つの理由から，出力量の繰返しと考える場合の方が正しい結果となる。

GUM4.1.4 の(注)ではこのことを次のように解説している。

ある場合には，推定値 y は次の式によって求める。

$$y=\bar{Y}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}Y_k=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(X_{1,k},X_{2,k},\cdots,X_{N,k}\right)$$

すなわち，y は Y の独立に決定される n 個の決定値 Y_k の相加平均または平均値(4.2.1参照)で与えられる。ここで，各測定値は同じ不確かさを持ち，それぞれ同時に求めた N 個の入力量 X_i の一組の観測値に基づいている。このように平均する方法は，f が入力量 $X_1, X_2, \ldots, X_N$ の非線形関数である場合には， $y=f\left(\bar{X}_1,\bar{X}_2,\cdots\bar{X}_N\right)$ で求めるよりも望ましい。ここで，

$$\bar{X}_i=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_{i,k}$$

は個々の観測値 $X_{i,k}$ の相加平均である。しかし，f が X_i の線形関数であれば，これらの二つの推定法は同等である(H.2 及び H.4 参照)。

つまり，ここで示した例のようにモデル式が線形であれば，相関を考慮する方法としない方法は同じ結果となるが，もしモデル式が非線形であれば異なる結果となり，相関を考慮しない方法の方が正しい結果となる。

(3) タイプ B 評価での相関を考慮した不確かさ評価

(2)で説明したようにタイプ A 評価の場合には，出力量の測定の繰返しと考えることによって，ほぼすべての場合で相関を考慮する必要はなくなる。ただし，タイプ B 評価の場合には相関の考慮が必要なケースがある。

最も典型的な例として，複数の標準器を同時に用いる場合が挙げられる。例えば，2kg の分銅を校正する場合に 1kg の標準分銅を同時に 2 個用いる場合や，5kΩの抵抗を校正する際に 1kΩの抵抗を 5 個同時に用いる場合などが相当する。

この場合，それぞれの標準器の値は独立とは到底言えず，非常に強い相関をもっていることが予想される。ただし，その相関係数については厳密な値が出せる訳ではないので，便宜的に相関係数を 1 として評価する。相関係数が 1 である場合，式(31)は，

$$\begin{aligned}u_{\mathrm{c}}^2(y)&=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2u^2(x_i)+2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial x_j}\right)u(x_i)u(x_j)\\&=\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)u(x_i)\right]^2\end{aligned} \tag{35}$$

つまり，

$$u_{\mathrm{c}}(y)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)u(x_i) \tag{36}$$

と，単純和によって合成することとなる。本件に関しては，GUM5.2.2 注記 1 に言及がある。

また，タイプ B 評価における相関については，同じ計測器を別の機会に用いる場合にも考慮する必要がある。この場合も同じ測定器を用いて測定しているため，測定結果は強い相関が存在するはずである。次に例を示す。

【例 3】：長方形の面積測定

長方形の面積を調べるために，その長方形の縦の長さと横の長さを同じノギスを用いて測定する。そのときの不確かさ要因は長さ測定の繰返しの不確かさと，ノギスの校正の不確かさの 2 つのみとする。

この場合，縦の長さの測定結果 x=200 mm，その繰返しの不確かさ $u_{\mathrm{R}}(x)$=0.3 mm，横の長さの測定結果 y=100 mm，その繰返しの不確かさ，$u_{\mathrm{R}}(y)$=0.1 mm，ノギスの校正の不確かさ $u_{\mathrm{S}}=u_{\mathrm{S}}(x)=u_{\mathrm{S}}(y)$=0.1 mm であったとする。

このとき，測定のモデル式は,

$$S = xy \tag{37}$$

となる。普通に不確かさ評価を行うと，不確かさの伝播則は,

$$u_{\mathrm{c}}(S) = \sqrt{y^2u^2(x) + x^2u^2(y)} \tag{38}$$

ここに，$u(x) = \sqrt{u_{\mathrm{R}}^2(x) + u_{\mathrm{S}}^2(x)}$ ，$u(y) = \sqrt{u_{\mathrm{R}}^2(y) + u_{\mathrm{S}}^2(y)}$ である。よって,

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{c}}(S) &= \sqrt{y^2u^2(x) + x^2u^2(y)} \\ &= \sqrt{y^2\left\{u_{\mathrm{R}}^2(x) + u_{\mathrm{S}}^2(x)\right\} + x^2\left\{u_{\mathrm{R}}^2(y) + u_{\mathrm{S}}^2(y)\right\}} \\ &= \sqrt{100^2\left\{0.3^2 + 0.1^2\right\} + 200^2\left\{0.1^2 + 0.1^2\right\}} \\ &= 42\ \mathrm{mm}^2 \end{aligned} \tag{39}$$

となるが，これは誤りである。なぜなら縦と横の長さを測定するノギスは同じものを使っているため，非常に相関が強いからである。このような場合には誤差の統計モデルを用いて評価すればよい。ここで式(37)のモデル式を,

$$S = xy = (\mu_x + \varepsilon_{x\mathrm{R}} + \varepsilon_{\mathrm{S}})(\mu_y + \varepsilon_{y\mathrm{R}} + \varepsilon_{\mathrm{S}}) \tag{40}$$

とする。ここで，$\varepsilon_{x\mathrm{R}}$ は縦の長さ測定の繰返しの誤差，$\varepsilon_{y\mathrm{R}}$ は横の長さ測定の繰返しの誤差，ε_{S} はノギスの誤差である。これを展開し，誤差×誤差の項は微少量なので無視すると，式(40)は,

$$\begin{aligned} S &= (\mu_x + \varepsilon_{x\mathrm{R}} + \varepsilon_{\mathrm{S}})(\mu_y + \varepsilon_{y\mathrm{R}} + \varepsilon_{\mathrm{S}}) \\ &= \mu_x\mu_y + \mu_y\varepsilon_{x\mathrm{R}} + \mu_x\varepsilon_{y\mathrm{R}} + (\mu_x + \mu_y)\varepsilon_{\mathrm{S}} \end{aligned} \tag{41}$$

となる。式(41)に不確かさの伝播則を適用すると,

$$u_{\mathrm{c}}^2(S) = \mu_y^2u^2(\varepsilon_{x\mathrm{R}}) + \mu_x^2u^2(\varepsilon_{y\mathrm{R}}) + (\mu_x + \mu_y)^2u^2(\varepsilon_{\mathrm{S}}) \tag{42}$$

となり，これを先程用いていた文字に置き換えると,

$$u_{\mathrm{c}}^2(S) = y^2u_{\mathrm{R}}^2(x) + x^2u_{\mathrm{R}}^2(y) + (x + y)^2u_{\mathrm{S}}^2 \tag{43}$$

となる。先程の測定結果と不確かさを代入し合成標準不確かさを求めると,

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{c}}(S) &= \sqrt{100^2 \cdot 0.3^2 + 200^2 \cdot 0.1^2 + (100 + 200)^2\, 0.1^2} \\ &= 47\ \mathrm{mm}^2 \end{aligned} \tag{44}$$

となり, 相関を考慮しないときより若干大きくなる。ノギスの校正の不確かさの相関を考えると, 縦の長さを大きく測るときには横の長さも大きく測るし，逆に縦の長さを小さく測るときには横の長さも小さく測るので，ノギスの校正の不確かさの要因を独立であると考えるときより，不確かさが大きくなることは当然である。上記の評価例では，そのことがうまく評価できている。この方法はモデル式を工夫することによって伝播則を用いるときに相関を考える必要をなくす方法である。この方法はしばしば用いられ，本方法とは異なるが，GUM 附属書 H.1，H.3 において，モデル式を工夫することによる相関の回避についての解説がある。

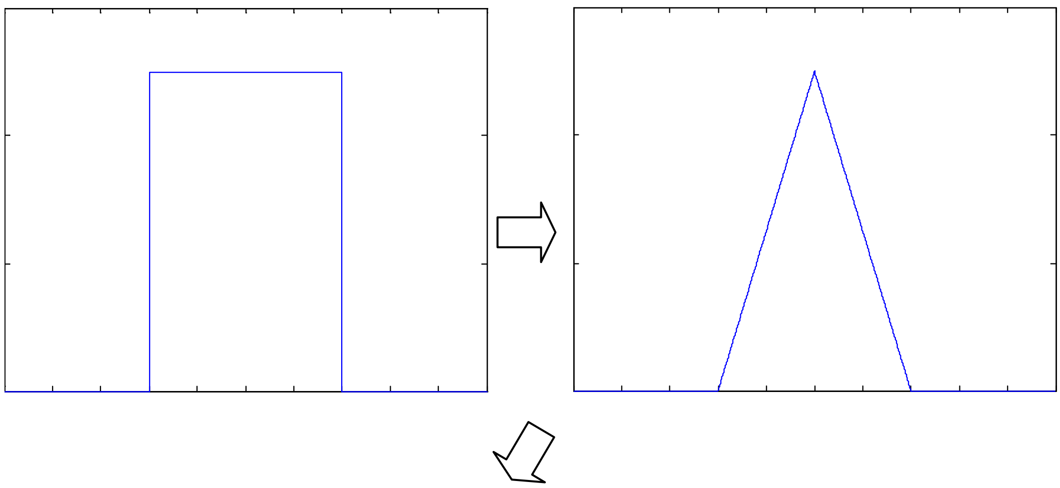
4.6　拡張不確かさの算出

合成標準不確かさはいわば測定結果のばらつきの大きさの平均的な値を示している。一方，測定結果のばらつきを表すには,「正しいと考えられる値がこの範囲内に含まれる」という「存在範囲」によって示すことがこれまでにも多く用いられてきた。従って，測定結果のばらつきの大きさを表す不確かさにおいても，「存在範囲」を示すことが必要である。

「存在範囲」を示すためには，測定結果の分布形状が重要である。例えば，同じ標準偏差であっても，矩形分布と U 字分布では「存在範囲」は異なる。測定結果の分布は，いろいろな確率分布が合成されてできているため, その合成された後の分布形状がどのようなものであるかによって, 測定結果の分布形状も変わることが予想される。

しかし，統計の定理には，いろいろな確率分布を合成すると，その合成された分布は正規分布に近づくという「中心極限定理」がある。これを説明するために，図 5 には同じ大きさの矩形分布をいくつか合成していく場合，合成された分布形状の変化を示している。すなわち，矩形分布を合成すると正規分布に近づいていくように，測定結果の多くの場合は正規分布に従っていると考えてよい。この正規分布の母標準偏差の推定値が合成標準不確かさに相当する。

ただし，不確かさの主要な要因が非対称分布である場合，出力量の分布も非対称の分布となる場合も存在する。このような場合には，5.3 項を参照のこと。



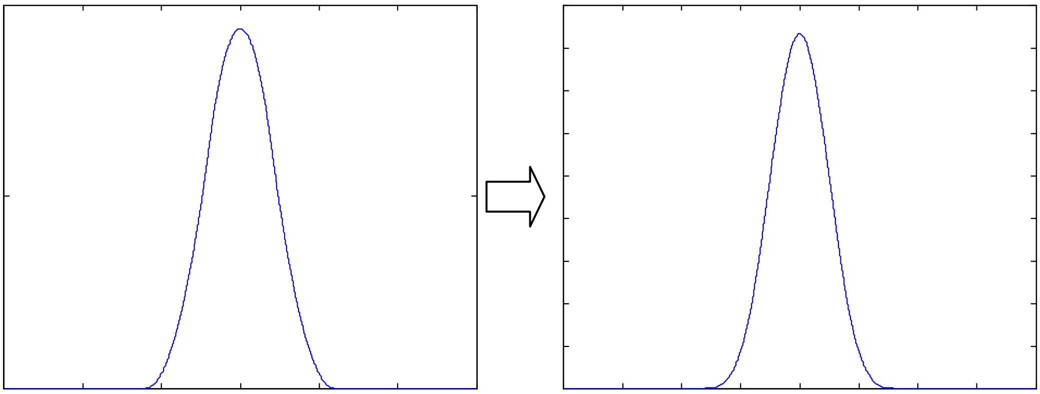


図 5：中心極限定理

出力量の分布が対称である場合には，（測定結果の平均値）± k×（合成標準不確かさ）の範囲は k の大きさにより決まり，その範囲にはその測定における正しいと考えられる値が何%の確率で含まれるかが決まってくる。k を包含係数という。測定結果が正規分布に従っている場合には，k=2 とすると，その範囲内に約 95 %の確率で正しいと考えられる値が含まれることになる。このように決定した範囲を示す半幅（k ×（合成標準不確かさ））を拡張不確かさという。

「存在範囲」として p %の確率で正しいと考えられる値を含む範囲を表す p は信頼の水準と呼ばれる。通常，この信頼の水準は k=2 に相当する値（p 95 %）が選ばれる。従って，拡張不確かさを U，合成標準不確かさを $u_c(y)$とすると，

$$U = ku_c(y) \tag{45}$$

である。拡張不確かさを報告する際には信頼の水準とその際に用いた包含係数の値も同時に報告することが望ましい。

5. 不確かさの報告

試験所は，試験結果とそれに付随する不確かさを顧客に対して解説する能力を持たなければならない。ISO/IEC 17025 の 5.10.3.1 c)の要求事項に該当する場合，試験結果とともに不確かさが報告されなければならない。それには，以下の状況が含まれる。

(a) 結果の有効性や利用に関係する場合

(b) 顧客の指示が要求する場合

(c) 不確かさが仕様の限界への適合性に影響する場合

以下は，不確かさ評価結果の報告に関するガイドラインである。

5.1 不確かさを報告する桁数と有効数字及び数字の丸め方

試験結果とその不確かさを報告する際には，過剰な桁数の数字の使用は避けたほうがよい。通常，多くとも有効数字は 2 桁で十分である。原則として，不確かさの表記の桁と試験結果のそれは一致させなければならない。

試験結果を利用する際に，試験結果の有効数字あるいは桁が決められていることもあるし，試験方法にそれらが規定されていることもある。このように報告要件として決められた試験結果の

有効数字や桁に比べて，実際に算出される不確かさが小さい場合には，報告要件で決められた桁に丸めた不確かさを報告する。

また，実際に算出される不確かさが報告要件によって決められているものより大きい場合にも，算出された不確かさを決められた桁に丸めて報告する。

不確かさを試験結果の桁数に合わせて丸める際や，不確かさを有効数字2桁で報告する際には，通常四捨五入法で行うが，切り捨てによって不確かさの大きさが大きく減少する場合には切り上げなければならない。

上記の説明による不確かさの表記例を以下に示す。

◆試験方法などの規定：試験結果とその不確かさは小数第 3 位までの有効数字に丸める，というような規程がある場合

⇒（例）0.012

◆実際の不確かさ算出結果

(1) 試験方法などの規定よりも小さい場合（小数第 3 位未満の数値）

① 0.000682 ⇒ 0.001

② 0.000489 ⇒ 0.001

（切り捨てによって不確かさの大きさが大きく減少するので，切り上げる）

(2) 試験方法などの規定よりも大きい場合（小数第 3 位以上の数値）

③ 0.0128 ⇒ 0.013

④ 0.0123 ⇒ 0.012

⑤ 0.0064 ⇒ 0.007

（切り捨てによって不確かさの大きさが大きく減少するので，切り上げる）

測定によってはここで紹介した例には当てはまらずに，測定結果の報告桁数と不確かさの報告桁数に齟齬を来すことがある。その場合は別途丸めについて定める必要がある。

5.2 詳細な不確かさ評価結果の報告書の記載事項

詳細な不確かさ評価結果に含む項目は次の 7 つの項にまとめることができ，各々が報告書の章を構成する。

5.2.1 不確かさ評価の対象とする測定

ここでは，以下のものを含む測定の詳細について記載する。

・測定対象量の定義

・測定方法，手順

試験によっては，測定方法を引用せずには定量できない測定対象量も多く存在するため，上記2つを別々に書かなくてはいけないというわけではなく，両者を一つの章として記載してもよい。

また，不確かさを評価するために実験を行う場合，通常の試験とは異なる測定を行う場合がある。例えば，分散分析を行う場合は通常の測定とは異なることがある。日間変動と繰返しの変動を分散分析によって求めたい場合には，5 日間程度，各日で 10 回ずつの繰返し測定の実験を行うことがあるが，実際に試験での測定は 1 日だけで，繰返しは 5 回であるかもしれない。このよう

に，不確かさを評価するための実験と，実際の試験とを区別するためにも，ここでは通常の測定の詳細について記述する必要がある。

5.2.2 測定のモデル式

測定のモデル式をここで示す。ボトムアップ方式ではモデル式を示すだけでよいが，トップダウン方式とハイブリッド方式の場合は誤差因子を含まないモデル式を示す。

5.2.3 不確かさ要因

ここでは，想定される不確かさ要因を列挙する。重要なのは，列挙したそれぞれの不確かさ要因が **5.2.2** の「測定のモデル式」内のどの変数に対する不確かさ要因であるのかを明記することである。また，トップダウン方式とハイブリッド方式の場合は，不確かさ要因を列挙したあとに，誤差構造を導入したモデル式をここで示す。

5.2.4 不確かさの算出式

ここでは，測定のモデル式に不確かさの伝播則を適用した式を記述する。そのときには， **5.2.3** にて挙げた不確かさ要因すべてが含まれるようにしなくてはならない。

5.2.5 各標準不確かさ評価の詳細

ここでは，**5.2.3** で挙げた順に不確かさ評価を行い，各標準不確かさを算出する。感度係数についてはここでは言及しなくてよい。

この詳細を作成するに当たって最も重要なことは，他の人がこの記述を見て不確かさを再評価できるだけの情報を記述することである。すべての入力量の値と，その値がどこから入手されたものか（測定を行い取得したのか，他の文献等より引用したものか），不確かさ評価を行うための別実験を行ったのであれば，その詳細を記述しなければならない。

5.2.6 測定結果，合成標準不確かさ，拡張不確かさの算出

5.2.5 で評価した標準不確かさに対するすべての感度係数の算出を行い，標準不確かさを合成，拡張した結果を記述する。

またここでは，各入力量の値をすべて記述し，それをモデル式に代入した結果の出力量の値（最終測定結果）を示さなければならない。これらの値が分からなければ，感度係数の計算ができないからである。

さらに，包含係数をどのように決定したのかの詳細も記述する。

ここで使われる記号は，モデル式が

$$y = f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$$

であった場合，

合成標準不確かさ：$u_c\left(y\right)$

感度係数を掛けた後の標準不確かさ$\left(=\frac{\partial y}{\partial x_i}u\left(x_i\right)\right)$：$u_i\left(y\right)$

拡張不確かさ：U

である。

5.2.7 バジェットシート

表 3 にバジェットシート例を提示する。必ずしもバジェットシート例に従う必要はないが，例で示したバジェットシートが含む情報を明示することが望ましい。

表３　バジェットシート例（プラスチックの引張降伏応力測定）

相対標準不確かさは，相対標準不確かさであることが不確かさ記号を見たときにすぐ分かるようにすること。

単位を記入すること。標準不確かさの単位と感度係数の単位を掛け算すると標準不確かさ（出力量）の単位になっていることを確認。

標準不確かさは，感度係数を掛ける前と掛けた後と両方表記すること。

寄与率の欄を作成すれば，どの要因がどの程度影響しているのか，ということがわかりやすい。寄与率は，（各標準不確かさの二乗）/（合成標準不確かさの二乗）で計算できる。

量記号	量	量の値	不確かさ記号	不確かさ要因	確率分布	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ（MPa）	寄与率	備考
P_Y	降伏荷重	2461.37 N	$u(P_Y)/P_Y$	ロードセル校正証明書の相対標準不確かさ	正規分布	0.00055 N/N	$\frac{P_Y}{tb}=F_Y=$ 61.2891 N/mm^2	0.03371 MPa	0.6%	ロードセルの校正証明書より・拡張不確かさ0.11%
t	試験片の厚さ	4.00 mm	$u(t)$	厚さ測定の標準不確かさ	-----------	0.003062 mm	$-\frac{P_Y}{t^2b}=$ -15.32 N/mm^3	0.04692 MPa	1.3%	$u_R(t)$と$u_S(t)$の合成。
			$u_R(t)$	読み取りの四捨五入による不確かさ	矩形分布	0.002887 mm	$-\frac{P_Y}{t^2b}=$ -15.32 N/mm^3	0.04424 MPa	1.1%	最小分解能0.001 mmデジタル外側マイクロメータで測定を行うが，社内規格では，0.01 mmまでの測定と規定されているため。
			$u_S(t)$	マイクロメータの校正の不確かさ	正規分布	0.00102 mm	$-\frac{P_Y}{t^2b}=$ -15.32 N/mm^3	0.01563 MPa	0.1%	マイクロメータの校正証明書より。拡張不確かさ U=(2+L/100) µm
b	試験片の幅	10.04 mm	$u(b)$	幅測定の標準不確かさ	-----------	0.003072 mm	$-\frac{P_Y}{tb^2}=$ -6.104 N/mm^3	0.01875 MPa	0.2%	$u_R(b)$と$u_S(b)$の合成。
			$u_R(b)$	読み取りの四捨五入による不確かさ	矩形分布	0.002887 mm	$-\frac{P_Y}{tb^2}=$ -6.104 N/mm^3	0.0176 MPa	0.2%	最小分解能0.001 mmデジタル外側マイクロメータで測定を行うが，社内規格では，0.01 mmまでの測定と規定されているため。
			$u_S(b)$	マイクロメータの校正の不確かさ	正規分布	0.00105 mm	$-\frac{P_Y}{tb^2}=$ -6.104 N/mm^3	0.0064 MPa	0.0%	マイクロメータの校正証明書より。拡張不確かさ U=(2+L/100) µm
t, b	t, b 間の相関	---------	$u(t,b)$	マイクロメータの校正の不確かさの相関	-------	0.001035 mm	$\frac{P_Y}{\sqrt{t^3b^3}}=$ 9.671 N/mm^3	0.0100 MPa	0.1%	試験片の厚さと幅測定は同一のマイクロメータを用いているため，厚さ，幅測定におけるマイクロメータの校正の不確かさ間の相関係数を1と考える。 $u(t,b)=\sqrt{u_s(t)\cdot u_s(b)}$　$\frac{P_Y}{\sqrt{t^3b^3}}=\sqrt{\left(-\frac{P_Y}{t^2b}\right)\left(-\frac{P_Y}{tb^2}\right)}$
F_Y	引張降伏応力	61.2891 MPa	$u(\varepsilon_{PER})$	人による標準不確かさ	-----------	0.2201 MPa	1	0.2201 MPa	27.6%	社内技術トレーニング時のデータを分散分析し求める。人の水準数9。
			$u(\varepsilon_{SAM})$	試験片による標準不確かさ	-----------	0.3515 MPa	1	0.3515 MPa	70.3%	顧客から依頼を受けた5本の試験片の繰り返し測定結果とその平均の標準不確かさ。破壊試験のため，試験片による標準不確かさと測定の繰り返しによる標準不確かさが分離できず，両方合成された形で算出される。
			$u(\varepsilon_{REP})$	測定の繰り返しによる標準不確かさ	-----------					
							合成標準不確かさ	0.4193 MPa		相対合成標準不確かさ　0.7%
							拡張不確かさ（k=2）	0.8 MPa		相対拡張不確かさ　1.4%

入力量の情報：入力量の値を明示。本例の場合F_Yについては出力量の値となる。

入れ子の構造：一つの変数で表される同一の入力量に複数の不確かさ要因がある場合は，このような入れ子の構造が分かるようにすること。

確率分布：タイプB評価したときに適用した確率分布を書くこと。タイプA評価したとき，複数の不確かさを合成したものについては，書かなくてもよい。

感度係数は，数値以外にも，数式も書いた方がよい。あまりに数式が長くなる場合は，バジェットシートの近くに感度係数の別表を作成すること。

備考の欄を作成し，そこに簡単な不確かさ，感度係数の算出法について記載すること。

拡張不確かさまで求めた後に，最終的に必要な有効桁数（1桁もしくは2桁）で丸める。

不確かさの相対値がほしい場合は，一番最後に求めると間違いが少ない。

不確かさ記号：小文字のuを用い，括弧の中に入力量を表す変数を入れる。同一の入力量に複数の不確かさ要因がある場合は，uに添え字を付けて区別する。相対標準不確かさを用いている場合は，$u(P_Y)/P_Y$のように，相対値であることを明示する。なぜなら，相対湿度のような，入力量の値そのものが相対値であるものと区別するためである。

相関を考慮する必要がある場合は，D=tbと新しいDという変数を導入し，Dの不確かさをバジェットに入れ，相関についての詳しい話は，本文で説明するか，上記のように相関の欄を作成しt,bの相関を求めた結果をそのままバジェットに入れるかのどちらかにすること。

モデル式：$F=\frac{P_Y}{tb}+\varepsilon_{SAM}+\varepsilon_{PER}+\varepsilon_{REP}$

モデル式：バジェットシートの近辺にモデル式を書いておくこと。

測定結果：$F_Y=61.3\ \text{MPa}\pm0.8\ \text{MPa}\ (k=2)$

測定結果：バジェットシートの近辺に測定結果を書いておくこと。

5.3 不確かさの報告におけるその他の留意事項

GUM では，不確かさを報告する方法として合成標準不確かさによる報告と拡張不確かさによる報告の二つの場合について記述されている。

拡張不確かさを報告する場合には出力量の値の分布の形状の評価が必要であり，評価した分布の情報を用いて信頼の水準約 95 %で報告することが望ましい。また，試験結果に対して不確かさを利用し適合性判定を行う場合にも，出力量の値の分布の形状が判定に影響を与えるので，事前に評価をしておく必要がある。ただし，出力量の値は中心極限定理により正規分布に従うと仮定できることがほとんどであるので，包含係数 k=2 を用いるが，有効自由度から包含係数を求める方法により，拡張不確かさを求めることができる。

しかし，測定結果が中心極限定理によって正規分布に従っていると考えられるときでも，包含係数を求める際に有効自由度の計算に問題がある場合や，実際に有効自由度を求められない場合もある。有効自由度の計算に問題が発生する場合や有効自由度が計算できない場合については，附属書を参照されたい。また，10 回の繰返し測定から求められる標本標準偏差の相対標準偏差（標本標準偏差の変動係数）が 24 %程度であることを考慮すると，不確かさの精度に対する顧客のニーズや規格による指定がない限り，信頼の水準約 95 %を与える包含係数（k）として，一般に k=2 を使うことが推奨される。

なお，出力量の値の分布が非対称である場合，モンテカルロ・シミュレーションによって不確かさが決定されるときには，別の表現が必要となる。

6. 厳密さの度合い

不確かさ評価に用いられる厳密さの程度と方法は，ISO/IEC 17025 の 5.4.6.2 の 注記 1 に従って，試験所が決定することが望ましい。

そのために，考慮することは次のとおりである。

(a) その試験方法の要求と限界及び当該の試験分野における「優良取組み（Good Practice)」に従い，必要性を考慮する。

(b) 顧客の要求を理解することを確実にする(ISO/IEC 17025 の 4.4.1a 参照)。

(c) 顧客の要求にあった試験方法（不確かさの評価方法を含んでいるもの）を用いる(ISO/IEC 17025 の 5.4.2 参照)。

(d) 仕様への適合性の決定が行なわれる限界幅を考慮する。

(e) 用いるアプローチのコストの有効性を考慮する。

一般に，不確かさの厳密さの程度は，その測定結果の「目的適合性（fitness-for-purpose)」の観点から決定する。例えば，多くの環境測定においては 10 %程度の相対不確かさで十分であると考えられている。一方，金属スクラップ中の金の含有量によりその商業的価値を決定するような場合には，金の測定にかかる非常に小さな不確かさが要求される。また，別の側面として，測定にかかるコストと，誤った結果を報告することによるコストとの兼ね合いから不確かさを決定するケースもある。より小さな不確かさを得るためにはより大きなコストが必要である。しかし，大きな不確かさを伴う不正確な測定結果に基づいた決定により，高額の損失が課される可能性もある。

これらのファクターのバランスを考慮して，すなわち，想定される総合的損失を最小限に抑えるよう考慮して，不確かさを決定することが 「目的適合性」の定義である（IUPAC

Technical Report）。

7.　試験結果の判定への不確かさの利用

試験結果の仕様への適合又は不適合の報告を，いつどのようにして行うかという決定は顧客や他の関係者の要求によって変化する。

次のような場合には，試験結果の判定に不確かさを考慮する必要はない。

(a) 製品の仕様を定める規格に, 試験結果の判定方法について不確かさを考慮しないことが明確に規定されている場合

(b) 製品の仕様を定める規格に, その許容範囲が明確に又は暗示的に不確かさを考慮して設定されている場合（安全率の設定など）

(c) 顧客又は規制当局, その他の利害関係者が判定に不確かさを考慮する必要がないことを明確に表明している場合

上記に該当しない場合には，試験結果の仕様適合に関する判定の際に，不確かさを考慮しなければならない。試験結果の仕様適合判定にどのように不確かさを考慮するかについては，APLAC TC004:2010 に従うことが望ましい。

備考： 2012 年に発行された JCGM106「測定データの評価－適合性評価における測定不確かさの役割」では，測定対象量の確率密度関数が既知であれば，合成標準不確かさを用いた判定リスクの確率計算に基づく仕様への適合性の判定（表明）が可能となった。

参考文献

ISO/IEC Guide 98-3:2008 (JCGM 100): Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)

ILAC P14:01/2013: ILAC Policy for Uncertainty in Calibration

EA-4/16 G rev00 (Dec. 2003): EA Guidelines on the Expression of Uncertainty in Quantitative Testing

APLAC TC004 Issue No.4 (09/2010): Method of Stating Test and Calibration Results and Compliance with Specifications

APLAC TC005 Issue No.3 (12/2006): Interpretation and Guidance on the Estimation of Uncertainty of Measurement in Testing

EURACHEM/CITAC Guide CG4 (Third Edition): Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement

JAB RL340:2015 試験における測定の不確かさの評価及び表明に関する指針

IUPAC Technical Report (*Pure Appl. Chem.*, Vol. 78, No. 1, pp. 145–196, 2006.) The International Harmonized Protocol for The Proficiency Testing of Analytical Chemistry Laboratories

附属書

有効自由度と包含係数

不確かさを拡張不確かさで報告する場合，測定結果が正規分布に従うとみなせるが合成標準不確かさの信頼性が低い場合は，次式で表される Welch-Satterthwaite の式から合成標準不確かさの有効自由度を推定し，GUM 附属書 G の表 G.2 の t 分布表から信頼の水準約 95 %に相当する包含係数を求めることができる。

有効自由度：$\nu_{\text{eff}} = \dfrac{u_{\text{c}}^4(y)}{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}$ （附１）

しかし，次のケースでは，この式を用いることができないか又は用いることが適切でない。

- 入力量の分布が正規分布でない場合
- タイプ B で評価された標準不確かさの自由度が適切に求められない場合[注記 1)]
- 分散分析法を用いて標準不確かさを求める場合[注記 2)]
- 不確かさの伝播則の高次項を用いる場合

例えば，分散分析法を用いた場合，級内変動は分散分析の自由度をそのまま用いればよいが，級間変動についてはそのまま用いることができず，問題が多い[注記 2)]。

級間変動の分散及び自由度は，それぞれ次式から求めることができるが，分散分析の結果，級内変動や他の要因を期待値に含む級間変動の自由度が 10 程度あったとしても，各要因の自由度が非常に小さくなることがある。

級間変動の分散：$\hat{\sigma}_A^2 = \dfrac{V_A - V_e}{n}$ 自由度：$f^* = \dfrac{(V_A - V_e)^2}{\dfrac{V_A^2}{f_A} + \dfrac{V_e^2}{f_e}}$ （附 2）

このような場合，Welch-Satterthwaite の式から合成標準不確かさの有効自由度を推定することは適切といえない。

注記 1）GUM 附属書 G.4.2 によれば，「*標準不確かさのタイプ B 評価の自由度は（結果的には評価者の）主観的な量である。*」とされている。

注記 2）GUM 附属書 H.5.2.6 では「*$s_{\text{W}}{}^2$ の（従って s_{W} の）自由度は $J(K-1)=40$ である［式（H.26b）参照］。$s_{\text{B}}{}^2$ の（従って s_{B} の）自由度は，差 $s_{\text{B}}{}^2 = s^2(\overline{V}_j) - \overline{s^2(V_{jk})}/K$［式（H.31a）］の有効自由度であるが，その推定には問題が多い。*」との記述がある。

これらは決してレアケースではなく，試験における不確かさ評価では日常的に発生しうるケースである。

従って，試験における測定の拡張不確かさの包含係数は，Welch-Satterthwaite の式から合成標準不確かさの有効自由度を推定し，GUM 附属書表 G.2 の t 分布表から約 95 %信

頼の水準に相当する包含係数を求めることができる場合には，これを実行することが望ましいが，これが実行できないケースが日常的に発生しうるということを踏まえ，試験所はできる限り信頼性の高い標準不確かさを求めてこれらを合成し，包含係数 2 を乗じて拡張不確かさを求めることが現実的であるといえる。

公益財団法人 日本適合性認定協会

〒141-0022 東京都品川区東五反田1丁目22-1
五反田ANビル3F
Tel.03-3442-1217 Fax.03-5475-2780